

Séquence Formation du signal
Episode 8
« Pour aller plus loin »
Mise en forme d'un signal



Semaine 3



Par Nathalie Thomas
Enseignant chercheur
à l'Institut National Polytechnique de Toulouse
INP / ENSEEIHT



On peut écrire tout signal généré par le modulateur en bande de base* de la manière suivante :

$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

Dans cette expression :

$h(t)$ représente le symbole physique que l'on souhaite associer à un bit ou à un groupe de bits, T_s représente la durée symbole, nous allons en reparler...

$h(t - kT_s)$ représente le symbole $h(t)$ déplacé à l'instant $t = kT_s$

a_k représente une pondération du symbole déplacé en $t = kT_s$

$\sum_k a_k h(t - kT_s)$ signifie que l'on va ajouter tous les symboles physiques pondérés et déplacés pour former le signal émis.

*en bande de base signifie que le signal est généré avec un spectre autour de la fréquence 0.

Prenons un exemple simple :

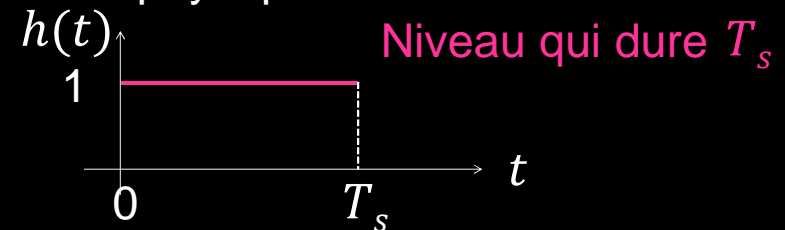
Pour cette information binaire à transmettre :

0 1 1

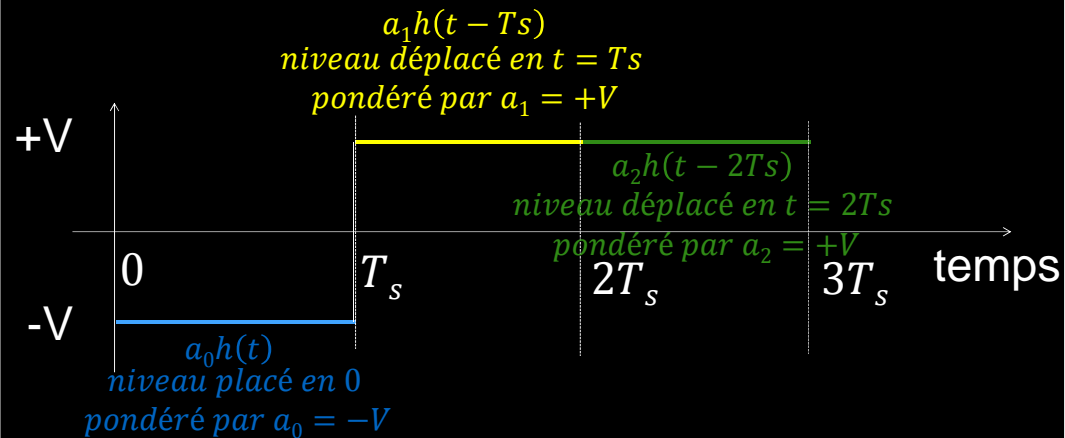
Si on lui associe les a_k :

-V +V +V
(a_0 a_1 a_2)

Et le symbole physique :



$\sum_k a_k h(t - kT_s)$ va donner le signal suivant (signal de type NRZ bipolaire) :



Autre exemple simple :

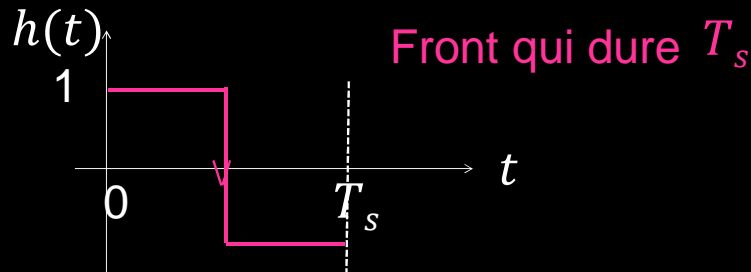
Pour cette information binaire à transmettre :

0 1 1

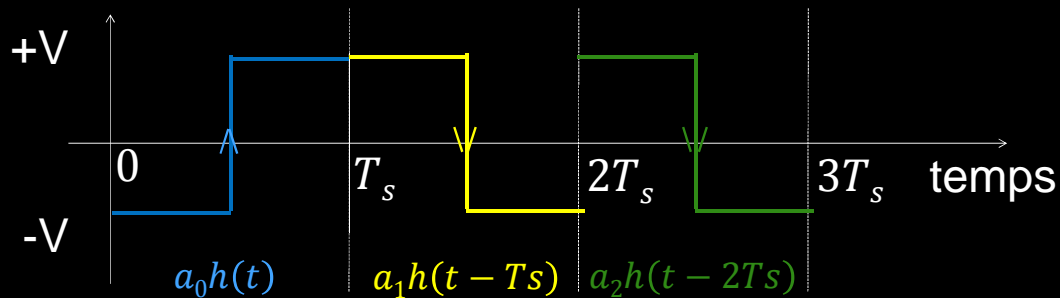
Si on lui associe les a_k :

-V +V +V
(a_0 a_1 a_2)

Et le symbole physique :



$\sum_k a_k h(t - kT_s)$ va donner le signal suivant
(signal de type Manchester) :



Nous avons conservé, dans les deux exemples précédents, les mêmes a_k et avons changé le symbole physique $h(t)$. Mais on peut également conserver le même symbole physique $h(t)$ et changer les a_k , comme dans ce nouvel exemple :

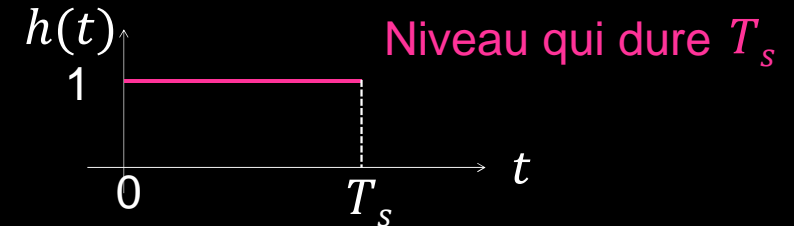
Information binaire à transmettre :

0 1 1

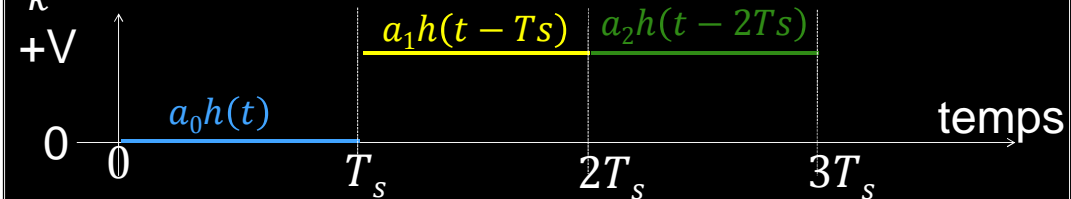
Si on lui associe les a_k :

0 +V +V
(a_0 a_1 a_2)

Et le symbole physique :



$\sum_k a_k h(t - kT_s)$ va donner un NRZ unipolaire :



On peut également générer des a_k qui codent un groupe de bits, comme dans cet exemple :

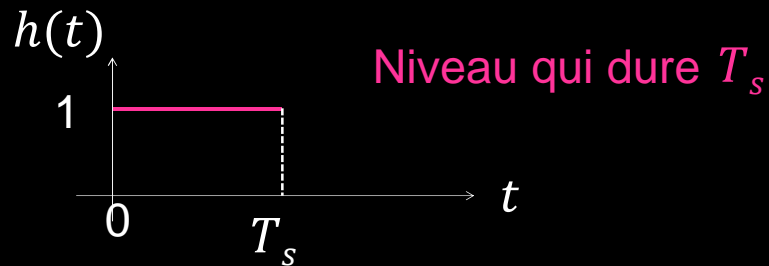
Pour cette information binaire à transmettre :

0 1 1 0 0 1 0 0 1 1

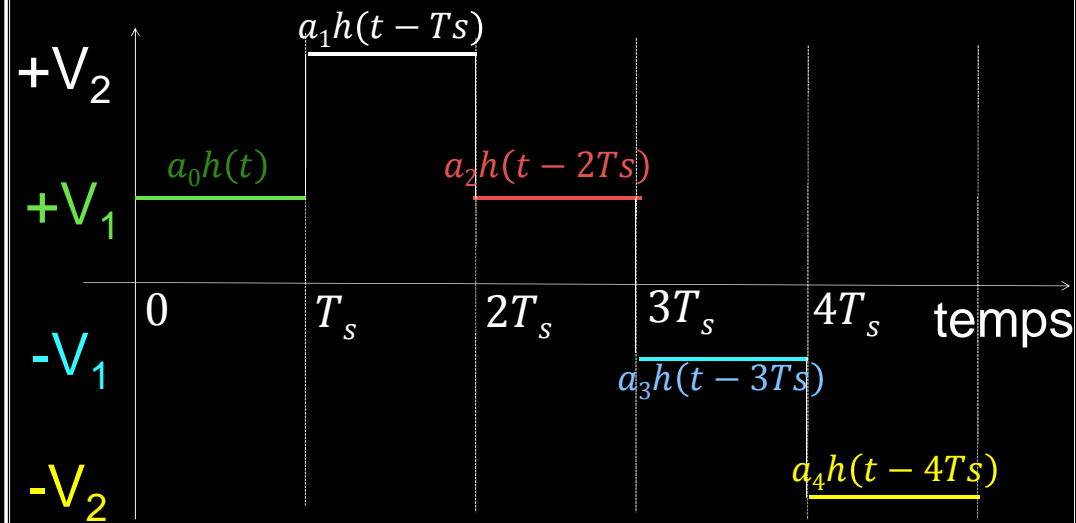
Si on lui associe les a_k de la manière suivante :

bits :	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
	}		}		}		}		}	
a_k :	$+V_1$	$+V_2$	$+V_1$	$-V_1$	$-V_2$					
	$(a_0$	a_1	a_2	a_3	$a_4)$					

Et le symbole physique :



$\sum_k a_k h(t - kT_s)$ va donner le signal suivant (signal de type NRZ à 4 niveaux) :



Voyez que dans tous les cas on peut écrire le signal émis sous la forme :

$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

Ce qui change d'un signal à l'autre : les a_k associés à l'information binaire à transmettre et la forme $h(t)$ du symbole physique associé.

Choisir un passage bits vers symboles a_k (on appelle cette opération le **MAPPING**) et une forme pour le symbole physique associé (on appelle $h(t)$ la **FORME D'ONDE**) revient à choisir le signal transportant l'information binaire à transmettre : son allure temporelle mais également son spectre, et donc sa bande occupée.

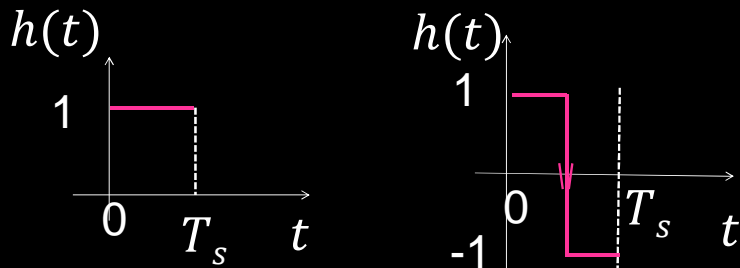
Quelques exemples :

Exemple 1:

Un même mapping :

bits :	$a_k :$
0	-V
1	+V

Et des formes d'onde différentes :

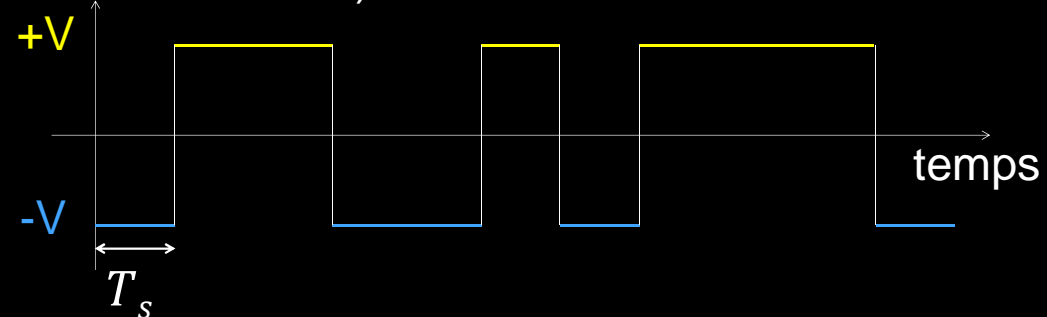


Vont donner, pour la même information binaire à transporter :

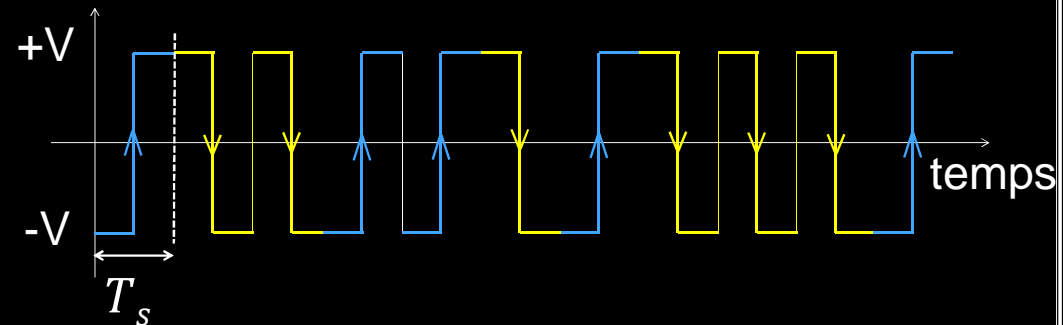
0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0

→ Des signaux d'allures temporelles différentes :

- Signal de type NRZ (exemple d'utilisation dans le GPS)



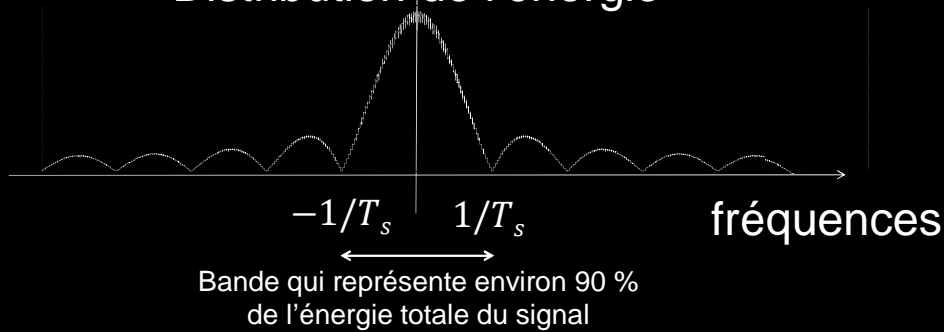
- Signal de type Manchester (exemple d'utilisation dans l'Ethernet)



→ et de spectres, donc de bandes occupées, différents :

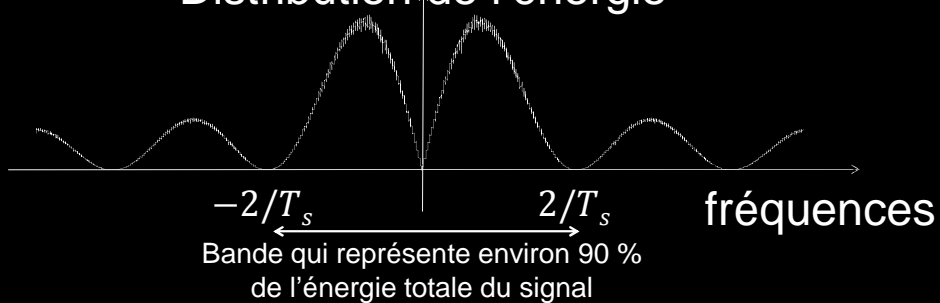
- Signal de type NRZ :

Distribution de l'énergie



- Signal de type Manchester :

Distribution de l'énergie



Exemple 2:

Des mapping différents :

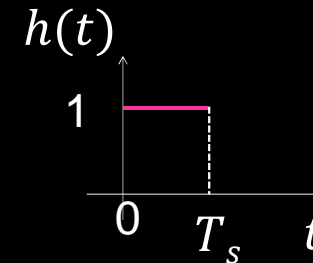
bits :	a_k :
0	$-V$
1	$+V$

Symbole binaires

bits :	a_k :
00	$-3V$
01	$-V$
11	$+V$
10	$+3V$

Symbole 4-aires

Et une même forme d'onde* :



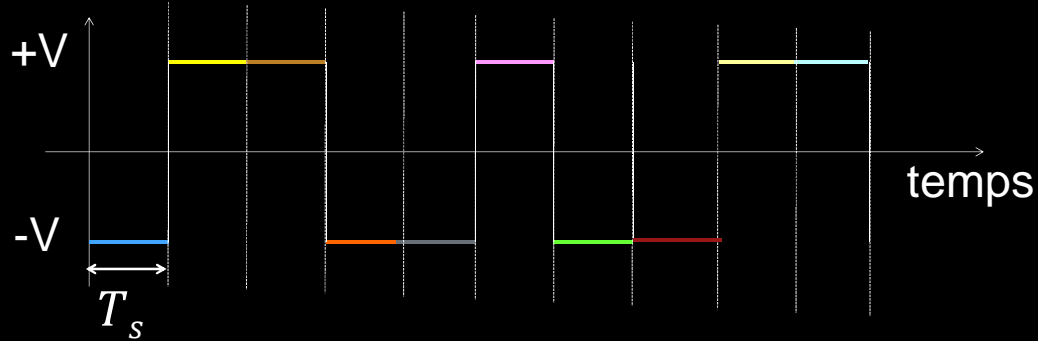
* Attention même forme d'onde veut dire que le symbole physique utilisé est identique (ici c'est un niveau) mais la durée T_s va être différente dans les deux cas. Elle est doublée quand on code 2 bits par symbole a_k .

Vont donner, pour la même information binaire à transporter :

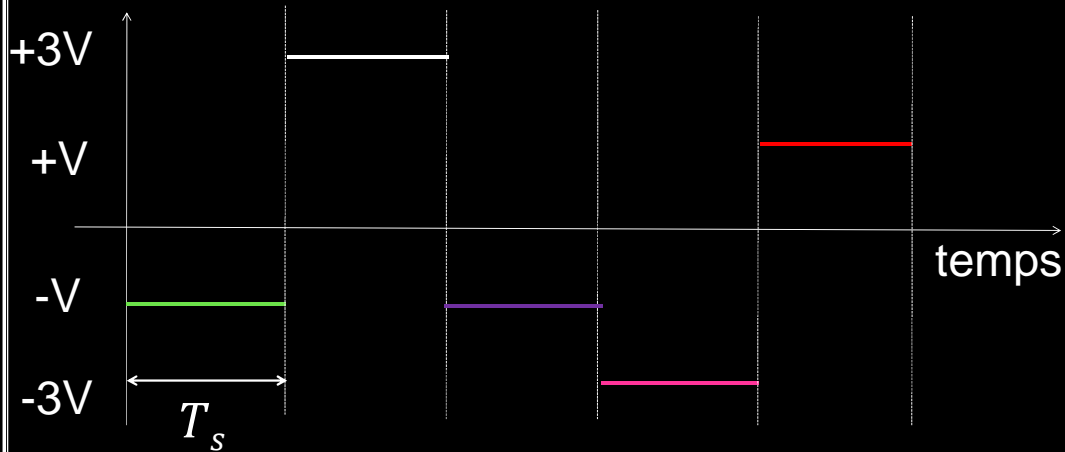
0 1 1 0 0 1 0 0 1 1

→ Des signaux d'allures temporelles différentes :

- Signal de type NRZ à 2 niveaux :

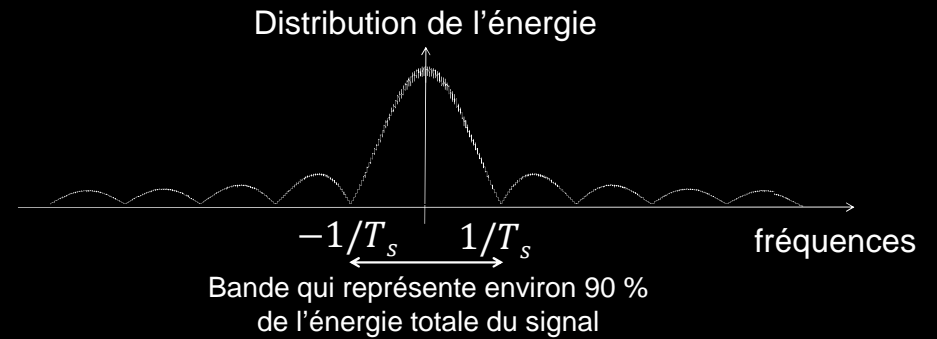


- Signal de type NRZ à 4 niveaux :

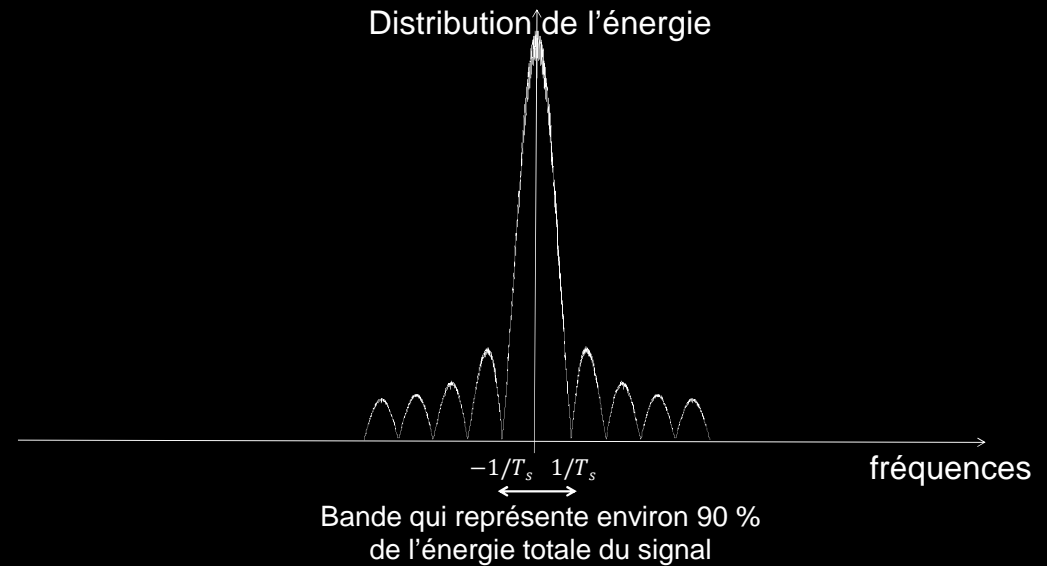


→ et de spectres, donc de bandes occupées, différents :

- Signal de type NRZ à 2 niveaux



- Signal de type NRZ à 4 niveaux



Revenons, comme promis, sur la notion de durée symbole T_s :

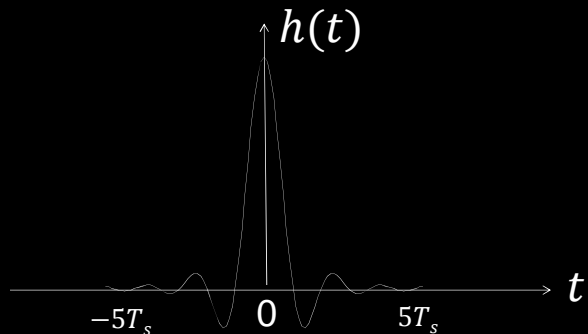
Ce que l'on appelle la durée symbole est en fait la durée qui sépare l'émission de deux symboles

a_k codant chacun un ou plusieurs bits.

C'est ce qui permet de définir le débit symbole, c'est-à-dire le nombre de symboles a_k (donc de bits ou de groupe de bits) transmis par seconde.

La forme d'onde $h(t)$ peut être de durée T_s (c'était le cas dans tous les exemples précédents) mais pas obligatoirement.

Une forme d'onde dite en « racine de cosinus surélevé » est très utilisée dans les transmissions par satellite. Elle a l'allure suivante :

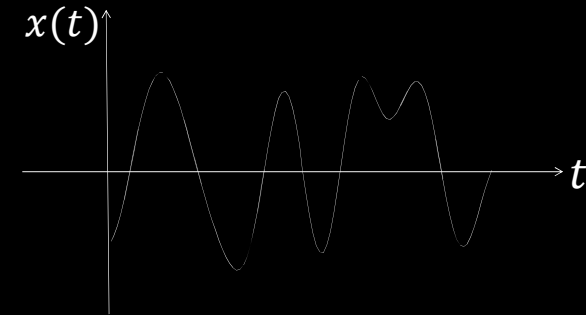


On constate que sa durée excède T_s .

Elle va donner, pour la suite de bits à transmettre :

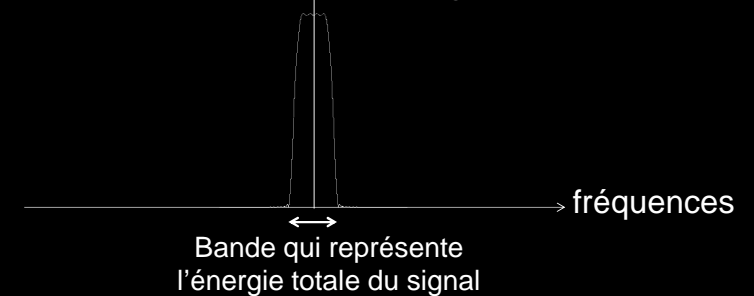
0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0

→ le signal d'allure temporelle suivante :

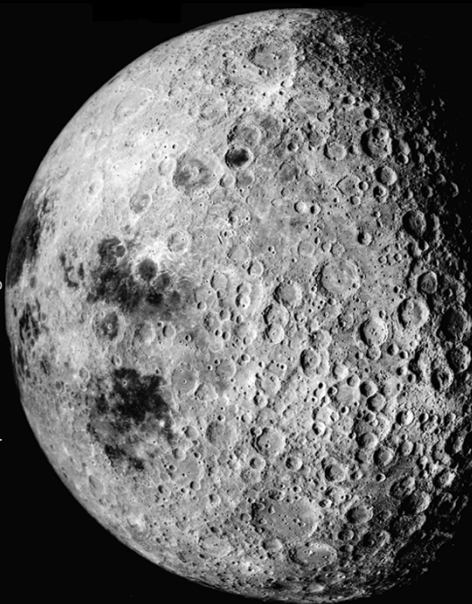


→ et de spectre :

Distribution de l'énergie



Cette forme d'onde, utilisée par exemple dans le standard de diffusion par satellite DVB-S, présente l'avantage de donner un signal dont le spectre est bien localisé en fréquences (son énergie se concentre sur une faible étendue spectrale)



Pour ceux qui souhaitent aller **un petit peu plus loin encore** et qui savent ce qu'est un dirac et un filtre, on peut remarquer que le signal généré par le modulateur en bande de base :

$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kTs)$$

Peut se réécrire de la manière suivante :

$$x(t) = \sum_k a_k \delta(t - kTs) * h(t)$$

où on reconnaît une relation de filtrage entre une suite de Dirac pondérés par les symboles a_k et un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$.

On peut, à partir de là, donner un modèle général de construction d'un signal en bande de base, ou schéma du modulateur : page de droite

Le mapping et la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme choisis déterminent la forme temporelle et le spectre du signal généré.

Information binaire

Mapping

Suite de symboles a_k correspondante

Génération d'une suite de Diracs espacés de T_s et pondérés par les a_k

$$\sum_k a_k \delta(t - kTs)$$

$h(t)$

Ce filtre est appelé

Filtre de mise en forme

$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kTs)$$



Toujours plus loin

Le spectre du signal généré, appelé Densité Spectrale de Puissance et noté $S_x(f)$, peut se calculer de manière théorique à partir du modèle général du signal émis * et s'écrit :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + \frac{2\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \text{Re}[R_a(k) \exp(2j\pi f k T_s)] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k \left| H\left(\frac{k}{T_s}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right)$$

Il dépend :

- de la statistique des symboles a_k issus du mapping : m_a représente leur moyenne, σ_a^2 leur variance et R_a leur fonction d'intercorrélacion centrée et normalisée,
- de la réponse en fréquence $H(f)$ du filtre de mise en forme, qui est donnée par la transformée de Fourier de sa réponse impulsionnelle $h(t)$.

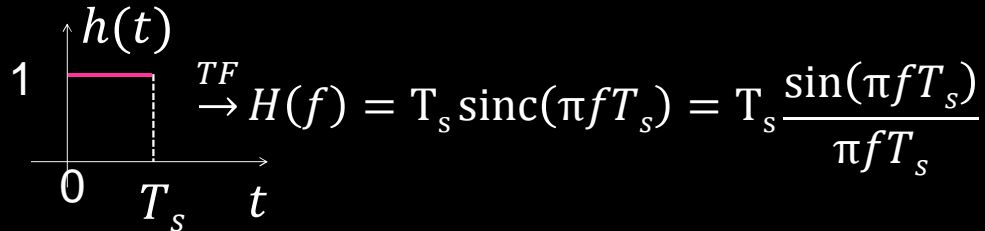
Il dépend donc du mapping et du filtre de mis en forme choisis.

*** Voir : « Introduction aux communications numériques », par Michel Joindot et Alain Glavieux, chez Dunod, collection Sciences Sup,**

Exemple :

Calcul du spectre d'un NRZ bipolaire pour des symboles a_k émis indépendants et équiprobables.

→ NRZ → Mise en forme = niveau :



→ Bipolaire → $a_k \in \{\pm V\}$

→ Symboles indépendants ↔ Non corrélés

→ Symboles équiprobables ↔ même probabilité d'émettre $-V$ et $+V$:

$$Pr(a_k = -V) = Pr(a_k = +V) = 1/2$$

On en déduit :

$$m_a = \frac{1}{2}(-V) + \frac{1}{2}(+V) = 0,$$

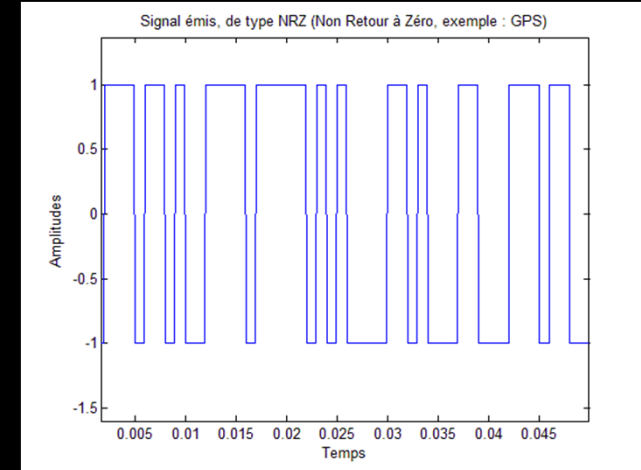
$$\sigma_a^2 = E[|a_k - m_a|^2] = \frac{1}{2}(-V)^2 + \frac{1}{2}(+V)^2 = V^2,$$

$$R_a(k) = 0 \quad \forall k$$

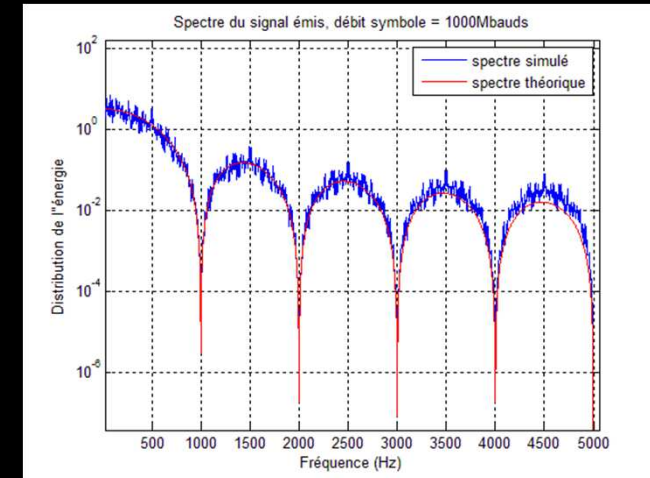
Et :

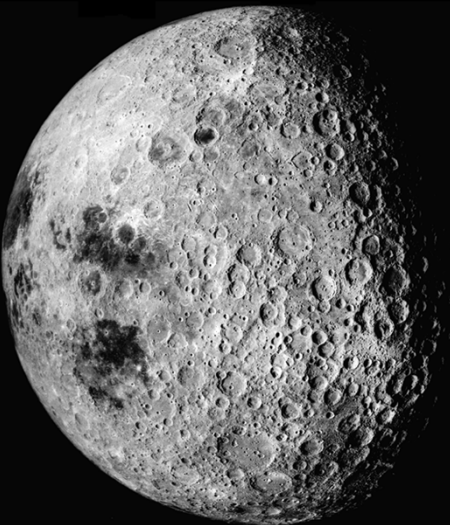
$$S_x(f) = V^2 T_s \operatorname{sinc}^2(\pi f T_s)$$

→ Signal émis :



→ Comparaison du spectre simulé et du spectre théorique :





Voir semaine 4

Information binaire

Mapping

Symboles a_k

Génération d'une suite de Diracs espacés de T_s et pondérés par les a_k

$$\sum_k a_k \delta(t - kT_s)$$

Filtre de mise en forme $h(t)$

$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

Transport sur fréquence porteuse

Signal émis vers le satellite

B
A
N
D
D
E
L
A
T
E
U
R
E

S
U
R
F
R
E
Q
U
E
N
C
E
P
O
R
T
E
U
S
E

Voir semaine 4

